BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR



Descobrindo a Matemática do 8º ano



Prof. Mick Xavier

Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal Fluminense (RJ) com Mestrado Profissional em Ensino de Matemática pelo *PROFMAT/SBM/UFF* tendo cursado com aprovação todas as disciplinas e defesa de projeto do Mestrado em Engenharia Civil com Ênfase em Sistemas Petrolíferos - PECP/COPPE/UFRJ, que trancou em fase final para seguir no magistério. Professor de Matemática das redes pública e privada de ensino no estado do Rio de Janeiro por 10 anos, com 10 nomeações em concursos, inclusive 1º lugar em concurso estadual e 1º lugar em concurso municipal. Largou sua carreira pública estável e fundou o Matemática em Foco.

Descobrindo a Matemática do 8º ano

Apresentação

Seja bem-vindo(a) ao ***Descobrindo a Matemática do 8º ano.*** Este material foi elaborado pensando em ajudar famílias educadoras (Homeschooling) na sua rotina de estudos e também, alunos e professores do ensino regular que desejam ter acesso a uma nova metodologia.

O material contém TAREFAS para a criança preencher e acompanhar as correções em vídeo em nossa Plataforma de Ensino Exclusiva.

Não se preocupe, tudo foi elaborado e organizado com muito cuidado, pelo Prof. Mick Xavier, especialista no ensino de Matemática. Tudo na medida certa e com uma linguagem super didática e atraente, para facilitar o entendimento.

Vamos começar?

É lembre-se, se precisar ajuda, entre em contato.

Equipe Matemática em Foco

1ª edição - Pernambuco, 2026
Edição, Artes e Diagramação - *Equipe Matemática em Foco*
Todos os direitos reservados.

Sumário

Números Reais e Dízimas Periódicas.....5

Naturais e Inteiros 5

Racionais 7

Fixando ideias..... 7

Transformando fração em decimal 8

Dízima Periódica 10

Exercícios.....17

Gabarito 21

Potenciação.....23

Conceito.....23

Decomposição em Fatores Primos 24

Propriedades 26

Multiplicação de potências com mesma base 26

Divisão de potências com mesma base.....26

Potências com expoente zero 28

Potência de potência.....30

Potência de um produto 32

Potência de um quociente 33

Potência com expoente negativo.....34

Potência com expoente fracionário.....38

Notação Científica 43

Exercícios de Fixação.....46

Gabarito Fixação.....51

Exercícios Propostos.....52

Gabarito 56

Radiciação 57

Conceito 57
Representação 57
Nomenclatura 58
Raiz Quadrada 59
Raiz Cúbica 60
Raiz Quarta 61
Existência 61
Propriedades 62
Cancelamento 62
Radical de um produto 63
Radical de um quociente 65
Potência de um radical 66
Expoente Fracionário 67
Radical dentro de Radical 68
Raízes não exatas 70
Soma/Subtração de radicais 71
Exercícios de fixação **73**
Gabarito **76**
Exercícios Propostos **77**
Gabarito **80**

Números Reais e Dízimas Periódicas

Nos anos anteriores você estudou conjuntos numéricos como:

- Números Naturais $\mathbb{N}$;
- Números Inteiros $\mathbb{Z}$;
- Números Racionais $\mathbb{Q}$

Naturais e Inteiros



A contagem natural das coisas levou ao surgimento do ***Conjunto dos Números Naturais***:

$$\mathrm{N} = \{0,1,2,3\ldots\ldots\}$$

É importante destacarmos que com os números naturais podemos efetuar qualquer adição ou multiplicação. Mas as **subtrações somente são possíveis quando**:

- o minuendo é maior ou igual ao subtraendo.

Já as **divisões somente são possíveis quando**:

- o dividendo é múltiplo do divisor.

Existe ainda uma variação do conjunto dos Números Naturais que é o conjunto dos Números Naturais não – nulos: $\mathbf{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5\ldots\ldots\}$. Observe que o ***asterisco*** (*) que aparece ao lado da letra N implica na **retirada do zero** do conjunto N.

Com o surgimento das operações comerciais e outras necessidades da humanidade, surgiu também a **necessidade de representação** e diferenciação entre **LUCRO** e **PREJUÍZO**, por exemplo.



O homem teve a ideia de criar os **NÚMEROS NEGATIVOS** e unir ao conjunto dos números naturais, formando o conjunto dos **NÚMEROS INTEIROS,** representado pela letra maiúscula Z.

$$Z = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\ldots\}$$



- $\mathbb{Z}^*$: **números inteiros não nulos** (todos inteiros exceto o zero): **{...-3,-2,-1,1,2,3...}**
- $\mathbb{Z}_+$: **números inteiros não negativos** (zero e os positivos): **{0,1,2,3,4...}**
- $\mathbb{Z}_-$: **números inteiros não positivos** (zero e os negativos): **{...-3,-2,-1,0}**
- $\mathbb{Z}_+^*$: números inteiros positivos: **{1,2,3...}**
- $\mathbb{Z}_-^*$: números inteiros negativos: **{...-3,-2,-1}**

Racionais

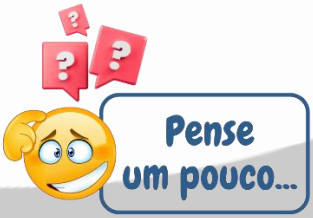
Números racionais são números que podem ser representados na forma de fração ou $\frac{a}{b}$, com $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$ e $b \neq 0$. Assim formamos o CONJUNTOS DOS NÚMEROS RACIONAIS ($\mathbb{Q}$):

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \middle| a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

Veja alguns exemplos de números Racionais expressos como uma **razão de dois inteiros**.

$3 = \frac{3}{1}$	$0{,}333\ldots = \frac{1}{3}$	$0{,}10 = \frac{1}{10}$
Inteiro	Decimal Periódico	Decimal Finito

Fixando ideias



1- Qual é o menor número natural? Ele possui antecessor? E qual o maior número natural?

2- Todo número inteiro possui um antecessor e um sucessor inteiro?

3- É possível calcular $8 - 10$ no universo do conjunto dos Naturais?

4- Por que na definição dos números racionais, aparece $b \neq 0$?



1- **O menor número natural é o 0**. Ele não possui antecessor já que é o menor. Não existe maior número natural pois todo número natural possui um sucessor. Também podemos dizer que o naturais crescem infinitamente ou *tendem a mais infinito* $(+\infty)$.
2- **Sim**. O conjunto dos inteiros crescem infinitamente ou *tendem a mais infinito* $(+\infty)$ e também decrescem infinitamente ou *tendem a menos infinito* $(-\infty)$, então todo inteiro possui antecessor e sucessor inteiro.
3- **Não**. Sabemos que 7 – 4 resulta em 3 pois 4 + 3 = 7. Já na subtração 8 – 10 não conseguimos encontrar um número natural que somado com 10 e resulte em 8.
4- Pois não conseguimos dividir por zero.

Transformando fração em decimal

Dado um número racional representado na forma de fração $\frac{a}{b}$, com $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$ e $b \neq 0$. Podemos obter sua **REPRESENTAÇÃO DECIMAL** dividindo o numerador (a) pelo denominador (b):

$$\frac{a}{b} = a \div b$$

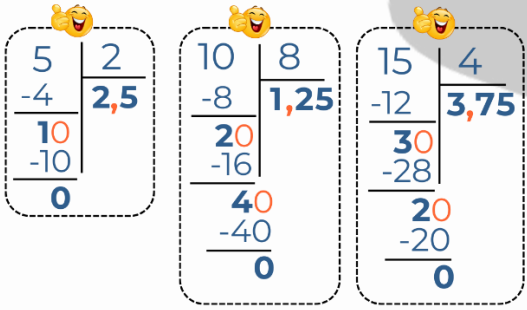
Vejamos alguns exemplos:

1 Frações com resultado inteiro:

$\frac{6}{2} = 3$ $\frac{15}{3} = 5$ $\frac{12}{6} = 2$

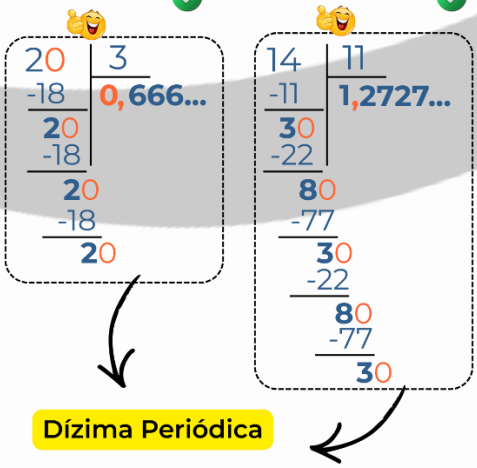
2 Frações com resultado decimal finito:

$\frac{5}{2} = 2,5$ $\frac{10}{8} = 1,25$ $\frac{15}{4} = 3,75$



3 Frações com resultado decimal infinito e periódico:

$\frac{2}{3} = 0,666..$ $\frac{14}{11} = 1,2727..$



Dízima Periódica

Dízima Periódica é todo número decimal INFINITO que sua parte decimal se repete infinitamente.

Por exemplo:

- **0,333 ...**
- **0,212121 ...**
- **1,344444 ...**

Toda dízima periódica é um número racional, isto é, pode ser representada na forma de fração, então o que precisamos são estratégias para fazer essa fração chamada de **FRAÇÃO GERATRIZ**. Por exemplo, considere a fração $\frac{1}{3}$. Se fizermos a divisão do número 1 pelo número 3 vamos obter a dízima 0,33333... .



Mas supondo que eu te pergunte, **qual fração geratriz** da dízima 0,3333... qual conta você faria ? Uma estratégia para responder a pergunta é usar o conceito de Equação. Veja:

1 Primeiro vamos simplesmente igualar a dízima periódica à uma incógnita qualquer como " X " por exemplo:

$$x = 0,3333...$$

O objetivo a partir de agora será fazermos algebrismos até conseguirmos encontrar um resultado do X em forma de fração.

2 Agora precisamos entender a lógica a ser utilizada nos algebrismos pois cada caso será um caso. No caso acima o primeiro passo será **multiplicar toda a equação por 10** tomando o cuidado de "**deslocar uma unidade para direita**" a vírgula da dízima. Dessa forma teremos a nova equação:

$$10x = 3{,}3333\ldots$$

3 Daqui para a frente o OBJETIVO será **eliminar a parte que se repete** (chamada de parte periódica). Neste caso, com as duas equações acima já conseguimos, É SÓ SUBTRAIR a 2ª equação da 1ª equação: Observe:

$$\begin{aligned} x &= 0{,}3333\ldots \\ 10x &= 3{,}3333\ldots \quad (-) \end{aligned}$$

Agora é só finalizar a subtração, obter uma equação final e descobrir o **NOVO VALOR** de x.

10x - x

Partes periódicas se anulam

$$\begin{aligned} x &= 0{,}3333\ldots \\ 10x &= 3{,}3333\ldots \quad (-) \\ \hline 9x &= 3 \end{aligned}$$

Por fim,

$$x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

A ideia anterior pode ser aplicada em todos os casos, ou seja, sempre que você quiser descobrir a FRAÇÃO GERATRIZ de uma dízima periódica você pode usar a mesma lógica.

Fixando a ideia com EXEMPLO

Vejamos outro exemplo. Vamos descobrir a **fração geratriz** da dízima 3,255555... usando a mesma lógica.

1 Primeiro iguale a dízima a x:

$$x = 3{,}2555...$$

2 Multiplique a equação obtida acima, por 10:

$$10x = 32{,}555...$$

Note que, **AINDA NÃO PODEMOS FAZER A SUBTRAÇÃO** da 2ª equação pela 1ª equação pois as partes decimais são diferentes. Por isso, precisamos fazer uma nova multiplicação por 10 e obter uma terceira equação:

3 Multiplicando a equação anterior por 10 obtemos:

$$100x = 325{,}555...$$



Note que as PARTES DECIMAIS nas equações 2 e 3 agora são IGUAIS. Então podemos subtrair a 3ª equação da 2ª equação:

100x - 10x

Partes periódicas se anulam

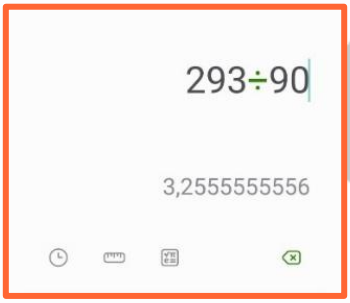
$$10x = 32{,}555...$$
$$100x = 325{,}555... \quad -$$

$$90x = 325 - 32$$

$$x = \frac{293}{90}$$



Pegue uma calculadora, **faça a divisão 293 por 90** e verifique o resultado .



Como o visor da calculadora é FINITO ele faz um arredondamento. Mas se você fizer a conta a mão, verá que de fato o cálculo é infinito.



Existe um **método prático** (também chamado de macete, dica, bizu, etc.,) para descobrir a FRAÇÃO GERATRIZ. Essa dica consiste em seguir alguns comandos.

Veja a seguir:

- Vamos tomar como exemplo a dízima **3,2555**...

1 Primeiro **ESCREVA TODOS OS ALGARISMOS** da dízima, sem repetição e sem a vírgula. Então para dízima 3,2555... os algarismos escritos serão, nesta ordem:

325

2 **SUBTRAIA** do número escrito acima o número formado pelos **ALGARISMOS QUE NÃO SE REPETEM**, neste caso 32. Sendo assim, temos que fazer a seguinte subtração:

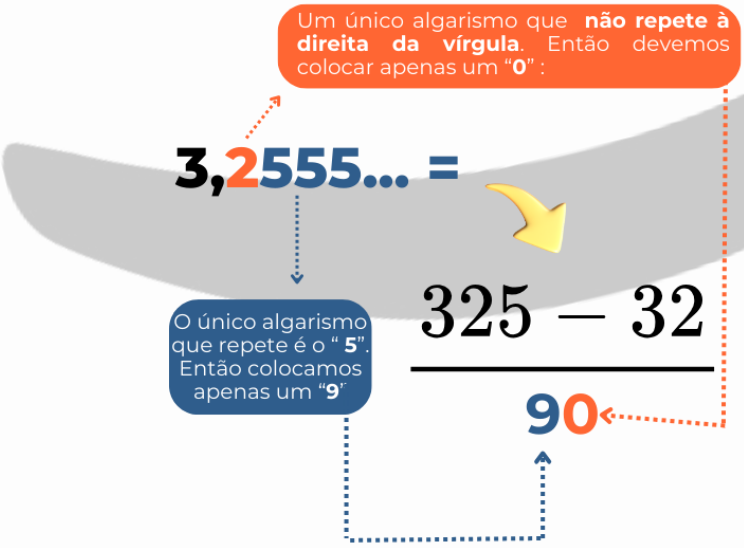
$$325 - 32$$

O resultado da subtração acima é o valor que ficará no numerador da fração geratriz:

$$\frac{325 - 32}{?}$$

3 Agora vamos contar quantos algarismos "**9**" e quantos algarismos "**0**" serão inseridos no denominador da seguinte maneira:

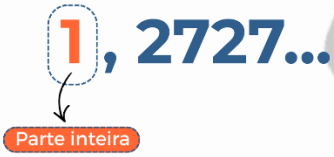
- A quantidade de algarismos "**9**" será correspondente ao **número de algarismos que se repetem**;
- A quantidade de algarismos "**0**" será correspondente ao **número de algarismos, que não se repetem, à direita da vírgula.**





Toda dízima periódica segue a mesma estrutura que segue a seguinte **nomenclatura**:

1 **Parte inteira**: são os algarismos que antecedem (à esquerda) da vírgula.



2 **Período**: algarismo ou grupo de algarismos que se repetem infinitamente na parte decimal.



3 **Parte não periódica**: algarismo ou grupo de algarismos que não se repetem, entre a vírgula e o período.





Toda dízima periódica pode ser **classificada** como:

1 **Dízima periódica simples:** são chamadas de dízimas periódicas simples aquelas que não apresentam a parte não periódica:

Ex:

- $0,\overline{6} = 0{,}666...$
- $0,\overline{21} = 0{,}212121...$
- $0,\overline{315} = 0{,}315315315...$

2 **Dízima periódica compostas:** são chamadas de dízimas periódicas compostas aquelas que apresentam a parte não periódica:

Ex:

- $1{,}3\overline{8} = 1{,}3888...$
- $0{,}10\overline{24} = 0{,}10242424...$
- $1{,}5\overline{27} = 1{,}5272727...$

Exercícios

1- Por que, na definição simbólica do conjunto dos números racionais

$$Q = \left\{x | x = \frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^*\right\}$$

Aparece como condição que $b \in \mathbb{Z}^*$?

2- Determine a fração geratriz das dízimas periódicas simples abaixo, e dê o resultado na forma mais simples possível.

$a)$ $0{,}555\ldots$

$b)$ $0{,}212121\ldots$

$c)$ $0{,}103103\ldots$

$d)$ $1, \overline{27}$

3- Determine a fração geratriz das dízimas periódicas abaixo utilizando o método prático, e dê o resultado na forma mais simples possível.

$a)$ $0{,}777\ldots$

$b)$ $0{,}151515\ldots$

$c)$ $0, \overline{102}\ldots$

$d)$ $0, \overline{2025}$

4- Determine a fração geratriz das dízimas periódicas abaixo usando qualquer ideia e dê o resultado na forma mais simples possível.

$a)$ $0{,}82444\ldots$

$b)$ $0{,}15\overline{27}\ldots$

$c)$ 0,6888 ...

$d)$ 0,236666 ...

$e)$ $2{,}05\overline{17}$ ...

$f)$ $10{,}01\overline{24}$ ...

5- Resolva as expressões a seguir apresentando o resultado na forma de fração:

$a)$ $4 + 0{,}4 + 0{,}4 \ldots =$

$b)$ $\frac{23}{30} - 0{,}3222 \ldots =$

$c)$ $0,\overline{24} \div \frac{33}{16} =$

$d)$ $2 - 0{,}2 - 0{,}222 \ldots - \frac{1}{2} =$

$e)$ $\left(\frac{1}{3} + 0{,}333 \ldots\right).\left(0{,}3.\frac{5}{6}\right) =$

6- **(CEFET)** Entre as adições abaixo, aquela cuja soma é a dízima periódica 12,43525252**...** é:

$a)$ $12 + \frac{43}{100} + \frac{52}{9900}$

$b)$ $12 + \frac{43}{100} + \frac{25}{1000}$

$c)$ $\frac{124}{10} + \frac{3}{100} + \frac{52}{1000}$

$d)$ $\frac{124}{100} + \frac{3}{10} + \frac{252}{999}$

$e)$ $12 + \frac{435}{9900} + \frac{2}{1000}$

7- A diferença $8^{0,666\ldots} - 9^{0,5}$ é igual a:

a) -2
b) $\sqrt{2} - 3$
c) $-2\sqrt{2}$
d) 1

8- Se $\frac{p}{q}$ é a fração irredutível equivalente a $\frac{6,888\ldots}{2,444\ldots}$, qual é o valor de p + q?

a) 40 b) 41 c) 42 d) 43 e) 44

9- Qual é o inverso da fração geratriz da dízima periódica 1,007777... ?

10- Considere os números

$$9\,;\frac{3}{4};-2,6\,;\,\sqrt{36}\,;0,444\ldots;\,\frac{18}{2}\,;\,\sqrt{5}\,;\,-\sqrt{3}\,;\,-8$$

para responder os itens abaixo:

a) Quais números são naturais?
b) Quais são inteiros?
c) Quais são racionais?
d) Quais são irracionais?
e) Quais são reais?

11- **(PUC/RJ)** O valor de $\sqrt{0,444\ldots}$ é:

a) 0,222...
b) 0,333...
c) 0,444...
d) 0,555...
e) 0,666...

12- **(USP)** Seja $\frac{a}{b}$ a fração geratriz da dízima 0,1222... com **a** e **b** primos entre si. Nessas condições, tem-se:

a) $a^b = 900$
b) ab = 900
c) a – b = 80
d) a + b = 110
e) b – a = 79

13- A expressão $\left(2+\frac{1}{4}\right):\left(2-\frac{1}{4}\right)+1$ dá origem a um decimal não exato, cuja soma dos seis primeiros algarismos da parte decimal é:

a) 28
b) 27
c) 26
d) 25

14- Escreva a representação decimal dos números racionais e classifique-os como decimais exatos ou não exatos.

$a) \frac{5}{2}$

$b) -\frac{35}{6}$

15- Determine a fração geratriz das dízimas periódicas abaixo separando os números em parte inteira e parte decimal, e dê o resultado na forma mais simples possível.

$a)$ 1,3333 ...

$b)$ $4,\overline{132}$ ...

Gabarito

1- Porque o denominador da fração não pode ser zero.

2- a) 5/9
b) 7/33
c) 103/999
d) 14/11

3- a) 7/9
b) 5/33
c) 34/333
d) 225/1111

4- a) 371/450
b) 42/275
c) 31/45
d) 71/300
e) 5078/2475
f) 11 264/1125

5- a) 218/45
b) 4/9
c) ½
d) 97/90
e) 1/6

6- A

7- D

8- C

9- 900/907

10-

a) $9\,;\sqrt{36}=6\,;\frac{18}{2}=9$

b) $9,\ -8\,;\ \sqrt{36}=6,\frac{18}{2}=9$

c) $9\,;\ -8\,;\ -2{,}6\,;\ 0{,}444\ldots;\sqrt{36}=6\,;\ \frac{3}{4};\ \frac{18}{2}=9$

d) $-\sqrt{3}\,;\ \sqrt{5}$

e) Todos.

11- E

12- E

13- B

14- a) 2,5 (decimal exato)

b) -5,83333 (decimal não exato)

15- a) 4/3

b) 1376/333

Potenciação

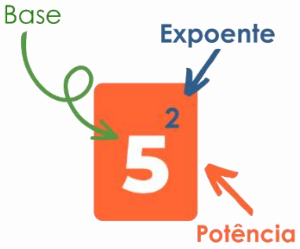
Conceito

Observe as multiplicação e tente observar um padrão.

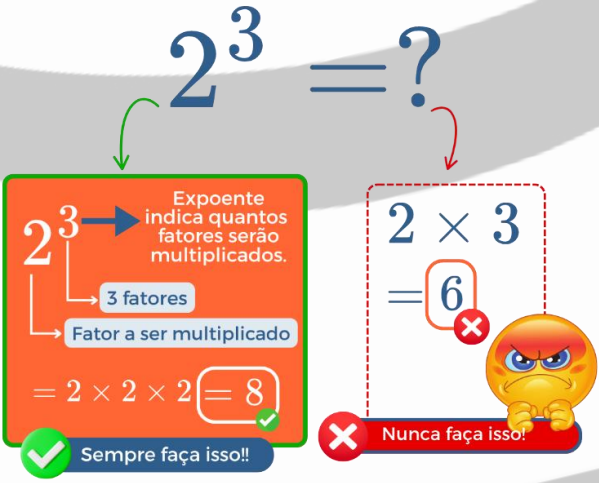
a) 2 . 2 . 2 . 2
b) 3 . 3 . 3 . 3
c) 5 . 5 . 5
d) 6 . 6

Note que todos os exemplos acima apresentam **multiplicações de fatores iguais**. Isso é o que chamamos de **POTÊNCIA**.

Representação da potência

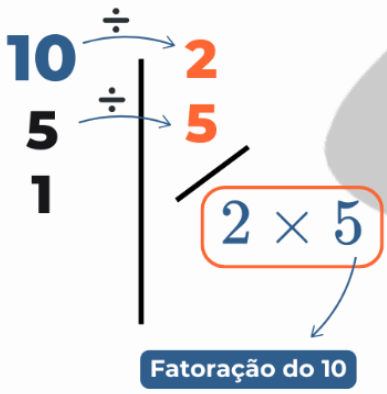


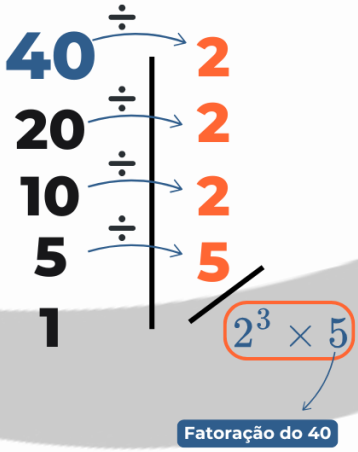
A **BASE** da potência é o número que devemos multiplicar por ele mesmo e o **EXPOENTE** indica quantos fatores terão na multiplicação.



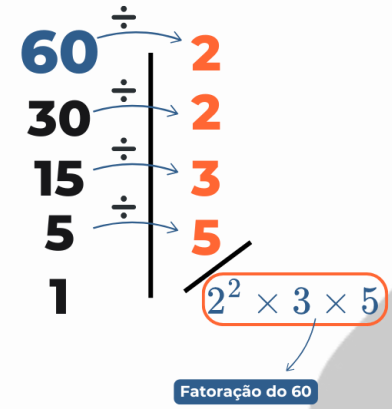
Decomposição em Fatores Primos

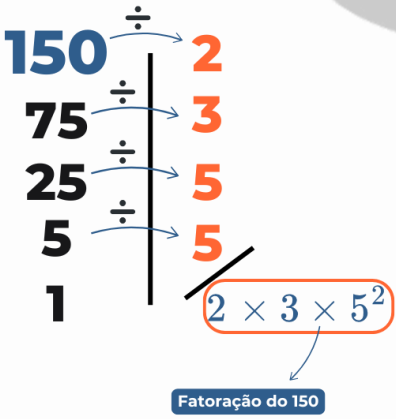
Decompor um número em fatores primos consiste em escrevê-lo como UM PRODUTO de *Números Primos* [1] . Para decompor em fatores primos precisamos apenas dividir o número sucessivamente pelos *Números Primos:* 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19... conforme os exemplos a seguir:





[1] Números Primos são todos os números naturais que possuem apenas dois divisores: o número 1 e o próprio número.


60 ÷ 2
30 ÷ 2
15 ÷ 3
5 ÷ 5
1
$2^2 \times 3 \times 5$
Fatoração do 60


150 ÷ 2
75 ÷ 3
25 ÷ 5
5 ÷ 5
1
$2 \times 3 \times 5^2$
Fatoração do 150

Propriedades

Multiplicação de potências com mesma base

Como você calcularia o exemplo abaixo e como você daria o resultado em uma potência única?

$$2^2 \cdot 2^5 = ???$$

Para calcular o resultado é só resolver as potências 2^2 e 2^5 separadamente, o que resultaria na multiplicação de **2.2** por **2.2.2.2.2** ficando com a multiplicação:

$$2.2\,.\,2.2.2.2.2 = ???$$

Note que na multiplicação final temos um total de **7 fatores** o que seria o mesmo que a potência 2^7. Portanto podemos resumir em uma potência única:

$$2^2 \cdot 2^5 = 2^{2+5} = 2^7$$



Na **multiplicação de duas ou mais potências com a mesma base**, podemos **repetir essa base e somar os expoentes**. A potência encontrada será equivalente ao resultado final.

Divisão de potências com mesma base

Como você calcularia o exemplo abaixo e daria o resultado em uma potência única?

$$\frac{3^7}{3^3} = ????$$

Note que, mais uma vez nada nos impede de calcular as potências 3^7 e 3^3 separadamente, mas agora fica bem nítido

que o trabalho vai ser bem grande concorda? Então só adote esse caminho realmente se você não "*enxergar*" uma estratégia melhor.



OBSERVAÇÃO

Leia com atenção



Será que daria para simplificar o cálculo anterior usando apenas o raciocínio lógico?

A resposta é SIM! E não é difícil, é só lembrarmos do conteúdo de *FRAÇÕES*, mais especificamente na parte de simplificação[2]. Primeiro, vamos apenas EXPANDIR CADA POTÊNCIA:

$$\frac{3^7}{3^3} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 3}$$

Agora vamos aplicar o **CANCELAMENTO** (simplificação) de três fatores da parte de cima (numerador) com três fatores debaixo (denominador):

Após fazer a simplificação o que "sobra" é a conta **3 . 3 . 3 . 3** cujo resultado é 81, que corresponde a 3^4. Veja a imagem abaixo.

$$\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3}}$$

[2] A simplificação de uma fração consiste em reduzir os valores dos seus termos, numerador e denominador, dividindo-os pelo mesmo número, até não ser possível dividir mais.



Na **divisão de duas potências com a mesma base**, podemos **repetir a base e subtrair os expoentes**. A potência encontrada será equivalente ao resultado final.

Agora que aprendemos essas duas propriedades importantes de potenciação, você **conseguiria resolver rapidamente o cálculo abaixo**?

$$\frac{2^{30} \cdot 2^{40}}{2^{65}}$$

Vamos resolver juntos.

Primeiro aplicamos a **Propriedade 4.41** no numerador da fração, repetimos a base, somamos os expoentes e obtemos 2^{70}. Em seguida aplicamos a **Propriedade 4.42**, repetimos a base, subtraímos os expoentes e obtemos

$$\frac{2^{70}}{2^{65}} = 2^5 = 2.2.2.2.2 = 32$$

Potências com expoente zero

Qualquer número (exceto zero[3]) **elevado ao expoente zero** resulta em 1. Por exemplo:

$$3^0 = 1$$

[3] A potência zero elevado a zero possui resultado indeterminado.

Este resultado pode ser obtido de forma lógica e simples, por exemplo, fazendo a divisão da potência 3^5 pela própria potência 3^5 e aplicando a propriedade que vimos anteriormente:

$$\frac{3^5}{3^5} = 3^{5-5} = 3^0$$

Obtemos como resultado a potência 3^0. Mas sabemos que $3^5 = 243$, portanto fazemos a divisão e obtemos

$$\frac{3^5}{3^5} = \frac{243}{243} = 1$$

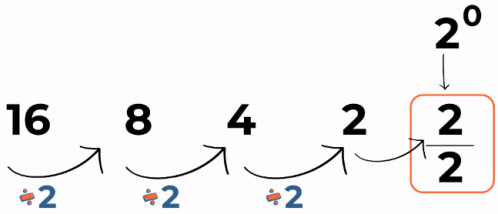
Então podemos concluir que $3^0 = 1$.

Uma outra forma simples de explicar isso é através da tabela de potências, podendo ser potências de 2, por exemplo. Vamos escrever algumas potências de 2, diminuindo o valor do expoente a partir do 4:

POTÊNCIA	RESULTADO
2^4	16
2^3	8
2^2	4
2^1	2
2^0	???

Note que os resultados obtidos seguem a sequência 16, 8, 4, 2, ???.

O último número da sequência é justamente o resultado de *"**2 elevado à zero**"*. Não é difícil notar que cada valor da sequência é metade do anterior, ou seja, avançamos pela sequência dividindo por 2:



Portanto, o valor procurado é igual a **2/2 = 1**. Sendo assim, **$2^0 = 1$**. Essa lógica vai permanecer para todas as potências cuja base é diferente de zero.

Potência de potência

Podemos ter **potências dentro de outras potências** indefinidamente. Vejamos alguns exemplos.

a) $(2^3)^4 = ???$

b) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^4\right]^5 = ??$

c) $\{[(-3)^5]^6\}^7 = ??$

Vamos pensar no resultado da primeira potência acima, $(2^3)^4$. Pelo conceito de potência, temos que a base é 2^3 e o expoente é 4. Portanto devemos multiplicar a base 4 vezes da seguinte maneira.

$$2^3 . 2^3 . 2^3 . 2^3$$

Agora podemos aplicar a **propriedade que repete a base e soma os expoentes**:

$$2^{3+3+3+3}$$

E a soma que está no expoente acima, pode ser trocada pela multiplicação 3 x 4 ficando a potência:

$$(2^3)^4 = 2^{3x4}$$



Quando temos uma potência de potência, **podemos repetir a base e multiplicar os expoentes.**

Segue abaixo a aplicação direta da propriedade nas outras duas potências.

b) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^4\right]^5 = \left[\left(\frac{2}{3}\right)\right]^{4.5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{20}$

c) $\{[(-3)^5]^6\}^7 = (-3)^{5\cdot 6\cdot 7} = (-3)^{210}$



Agora vou te fazer uma pergunta IMPORTANTE, **podemos aplicar a Propriedade Potência de Potência** no caso abaixo?

$$2^{3^4}$$

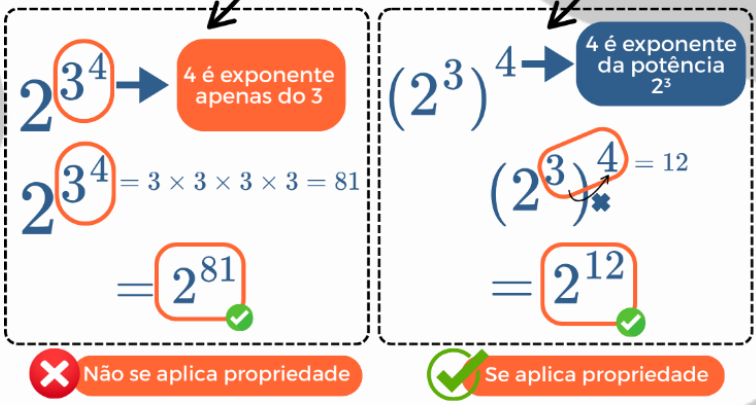
A resposta é NÃO! É comum os alunos aplicarem a propriedade vista anteriormente neste caso, mas isso está errado.

Veja a explicação a seguir.

Note que a potência "2^3" **não está dentro** dos parênteses, colchetes ou chaves, o que significa que o **4 é expoente apenas do 3**.

É um detalhe muito sutil então você pode focar apenas na EXISTÊNCIA dos parênteses.
Portanto vamos comparar os resultados.

$$2^{3^4} \neq (2^3)^4$$



Potência de um produto

Podemos ter uma **multiplicação elevada a um expoente externo**. Vejamos um exemplo:

$$(2 \cdot 3 \cdot 5)^2 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

Observe que todos os **fatores dentro dos parênteses foram elevados ao expoente externo** no resultado. Não é difícil deduzir essa propriedade, basta multiplicar a base "**2.3.5**" por ela mesma **2.3.5** e agrupar os fatores ficando com **2.2.3.3.5.5** que é igual a $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$.

Potência de um quociente

Prosseguindo pelas propriedades de potenciação, podemos ter uma **divisão (quociente) elevada a um expoente extemo**. Vejamos um exemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3}.\frac{2}{3}.\frac{2}{3}.\frac{2}{3} = \frac{2^4}{3^4}$$

Equivale à uma **fração elevada à um expoente**, então **ELEVAMOS AMBOS OS TERMOS DA FRAÇÃO ao expoente externo**. Pelo próprio cálculo apresentado acima é fácil deduzir essa ideia. Observe que a fração deve estar dentro dos parênteses, colchetes ou chaves. Ou seja, a propriedade não se aplica no exemplo abaixo.

$$\frac{(-2)^4}{3} = \frac{(-2).(-2).(-2).(-2)}{3} = \frac{16}{3}$$

Percebeu o uso das ***regras de sinais*** da multiplicação no numerador da fração acima? Optei por expandir dessa forma, mas também poderíamos ter utilizado a seguinte ideia:

> ***Todo número negativo elevado à um expoente par, resulta em número positivo.***

Usando essa ideia (que é bem simples de concluir), nós **já saberíamos que o resultado seria positivo** e calcularíamos a potência 2^4 sem nos preocupar com sinal. Vamos resumir a **propriedade 3.6** em uma imagem que segue abaixo.

Potência com expoente negativo

É claro que a princípio é estranho pensar no resultado de uma potência com expoente negativo, mas veja como esse **cálculo pode ser lógico e simples** observando a tabela abaixo:

2^4	16
2^3	8
2^2	4
2^1	2
2^0	1
2^{-1}	?
2^{-2}	?

Você seria capaz de calcular os resultados das potências 2^{-1} e 2^{-2} observando o comportamento dos resultados na tabela acima? A lógica é exatamente a mesma que utilizamos para descobrir o resultado de potência com expoente ZERO. Pode ficar mais fácil se observarmos os resultados no formato de sequência[4].

16 , 8 , 4 , 2 , 1 , ...

Então, quais são os próximos dois termos da sequência?
Conseguimos observar que a sequência avança sempre entre termos consecutivos, dividindo por 2:

16 , 8 , 4 , 2 , 1 , ...

[4] Sequência em matemática é todo conjunto ou grupo, no qual seus elementos seguem uma determinada ordem lógica.

Sendo assim, os próximos dois termos da sequência são $\mathbf{\frac{1}{2}}$ e $\frac{\frac{1}{2}}{2} = \mathbf{\frac{1}{4}}$, então os resultados das potências $\mathbf{2^{-1}}$ e $\mathbf{2^{-2}}$ são:

$$2^{-1} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2^1}$$

Note que **invertemos a base** e o expoente troca de sinal.

$$2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$$

Note que **invertemos a base** e o expoente troca de sinal.



E aí, conseguiu descobrir algum padrão?

O padrão é o seguinte:

- O resultado da potência 2^{-1} é igual ao inverso da potência 2^1;
- O resultado da potência 2^{-2} é igual ao inverso da potência 2^2

Nos exemplos acima as bases são números inteiros, então é bom lembrarmos que todo inteiro equivale à uma fração simples como $2 = \frac{2}{1}$. Se a base for uma fração, a ideia é a mesma:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3} = \frac{3^3}{2^3} = \mathbf{\frac{27}{8}}$$

Note que **invertemos a base** e o expoente troca de sinal.



Fração com expoente negativo

Expoente troca de sinal

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2}$$

Inverte a fração

Inteiro com expoente negativo

Inverta toda fração
e o Expoente troca de sinal

$$5^{-2} = \frac{5^{-2}}{1} = \frac{1}{5^{2}}$$

Acrescente "1" embaixo

Uma outra forma de chegar nos resultados acima é fazendo alguns algebrismos aplicando uma propriedade. Vejamos como ficaria para inteiro com expoente negativo:

$$5^{-2} = \frac{5^{-2}}{1} \begin{matrix} \times 5^2 \\ \times 5^2 \end{matrix} = \frac{5^0}{5^2} = \boxed{\frac{1}{5^2}}$$

Vejamos agora como ficam os algebrismos completos para chegarmos no resultado de uma fração com expoente negativo:

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{1} \begin{matrix} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \\ \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \end{matrix} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^0}{\left(\frac{2}{3}\right)^2}$$

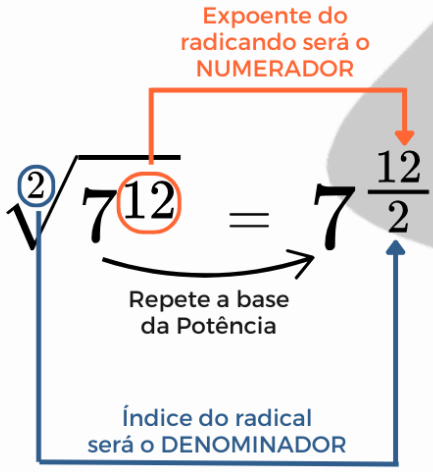
$$= \frac{1}{\frac{2^2}{3^2}} \quad \text{Divisão de Frações}$$

$$= \frac{3^2}{2^2} = \boxed{\left(\frac{3}{2}\right)^2}$$

Potência com expoente fracionário

Toda potência com expoente fracionário pode ser transformada em um radical e **todo radical** pode ser **transformado em uma Potência com expoente fracionário** .

Veja um exemplo.



Note que podemos sempre seguir esse padrão:

- **Expoente da potência no radicando, será o NUMERADOR do expoente fracionário;**
- **Índice do radical será o DENOMINADOR do expoente fracionário;**
- **A base da potência no radicando será mantida.**

Com essa propriedade, o cálculo fica simples:

$$\sqrt[2]{7^{12}} = 7^{\frac{12}{2}}$$

$$= 7^6$$

Note que sem usar essa propriedade, os cálculos seriam mais trabalhosos:

$$\sqrt[2]{7^{12}} = \sqrt[2]{7^2 \times 7^2 \times 7^2 \times 7^2 \times 7^2 \times 7^2}$$

$$= \underbrace{\sqrt[2]{7^2}}_{7} \times \underbrace{\sqrt[2]{7^2}}_{7} \times \underbrace{\sqrt[2]{7^2}}_{7} \times \underbrace{\sqrt[2]{7^2}}_{7} \times \underbrace{\sqrt[2]{7^2}}_{7} \times \underbrace{\sqrt[2]{7^2}}_{7}$$

$$= 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$$

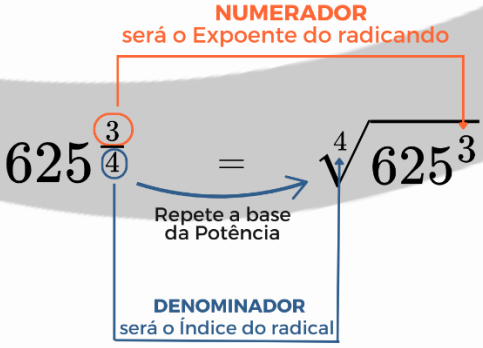
$$= \boxed{7^6}$$

Agora vamos calcular o resultado da potência abaixo:

$$625^{\frac{3}{4}} = ?$$

Para resolver essa potência podemos utilizar a propriedade anterior ou outras propriedades de potência.

1 **Usando a propriedade do expoente fracionário**: primeiro vamos transformar a potência em raiz.



Agora precisaremos aplicar nossos conhecimentos sobre potenciação e também sobre radiciação. Vamos transformar **625 em 5^4**:

$$\sqrt[4]{625^3} = ?$$

$$\sqrt[4]{(5^4)^3} = ?$$

Agora vamos inverter os expoentes e aplicar a **propriedade do cancelamento da radiciação**:



Vamos lembrar!

ANTES DE PROSSEGUIR

Essa é uma propriedade relativamente simples, que implica no "***CANCELAMENTO***" do expoente do radicando com o índice do radical, quando eles são iguais. Por exemplo.

$$\sqrt[2]{49} = \sqrt[2]{7^2} = 7$$

A ideia da propriedade é que façamos isso:

$$\sqrt[\cancel{2}]{7^{\cancel{2}}} = 7$$

Observe na imagem que houve o "**corte**" do índice do radical com o expoente do radicando.

Atenção: precisamos ficar atentos aos casos quando o RADICANDO POSSUI **POTÊNCIA COM BASE NEGATIVA**, pois nestes casos, não podemos aplicar a propriedade . Por exemplo:

$$\sqrt[2]{(-2)^2} = \sqrt[2]{4} = 2$$

Note que se aplicarmos a propriedade, o resultado seria **(-2)** o que estaria **errado**. Portanto, não podemos aplicar a propriedade do cancelamento quanto:

- **BASE** da potência no radicando for **NEGATIVA**;
- **ÍNDICE** do radical for **PAR**.

Já no caso abaixo, podemos aplicar a propriedade:

$$\sqrt[3]{(-5)^3} = \sqrt[3]{-125} = -5$$

Neste caso temos:

- **BASE** da potência no radicando é **NEGATIVA**;
- **ÍNDICE** do radical é **ÍMPAR**.

Continuando com a nossa resolução:

$$\sqrt[4]{625^3} = ?$$

$$\sqrt[4]{(5^4)^3} = ?$$

$$\sqrt[4]{(5^3)^4} = ?$$

$$= 5^3$$

$$= 125$$

2 Vejamos agora um outra forma de calcular: vamos utilizar propriedade de potência.



$$625^{\frac{3}{4}} = ?$$

Primeiro **vamos trocar 625 por 5^4:**

$$625^{\frac{3}{4}} = ?$$

$$\downarrow$$

$$(5^4)^{\frac{3}{4}} = ?$$

Agora vamos aplicar a propriedade **Potência de Potência** onde devemos apenas repetir a base da potência e multiplicar os expoentes:

$$(5^4)^{\frac{3}{4}} = ?$$

$$5^{4 \times \frac{3}{4}} = ?$$

$$5^3 = ?$$

$$= 125$$

Notação Científica

🤔 Você conseguiria responder as perguntas abaixo:

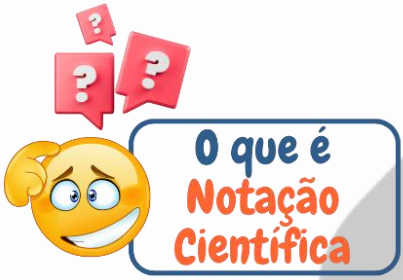


Ao ler as perguntas acima você deve ter percebido que os resultados são valores MUITO GRANDES ou MUITO PEQUENOS.

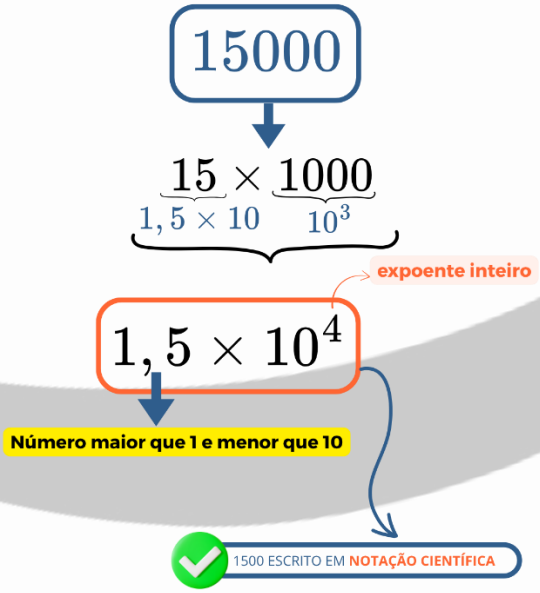
Números muito grandes e muito pequenos são muito utilizados em estudos científicos em várias áreas do conhecimento como Física, Química, Astronomia etc. Por exemplo:

- A massa da Terra é de **5 980 000 000 000 000 000 000 000** kg;
- A massa de um próton é de **0,000000000000000000000000001673** kg

A primeira dificuldade que enfrentamos é ler esses números, mas também precisamos fazer cálculos com eles e por isso surgiu a *Notação Científica*.

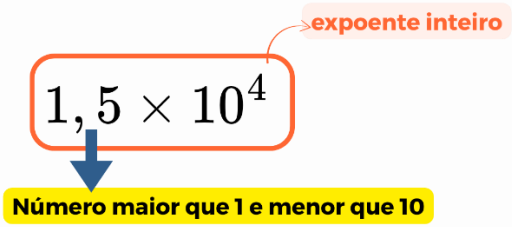


Notação Científica é uma maneira simples e organizada de escrever números muito grandes ou muitos pequenos. Por exemplo, o número 15000 corresponde a multiplicação 15 x 1000 certo? Vamos fazer alguns algebrismos adicionais:



Note que rescrevemos o 15000 como $1{,}5 \; x \; 10^4$ e essa escrita que chamamos de **Notação Científica** que segue o padrão:

> " Multiplica-se um número maior que 1 e menor que 10 por uma potência de 10 com expoente inteiro"



Vejamos mais dois exemplos:

a) $\mathbf{6.200.000} = 62 \cdot 100.000$

Note no exemplo acima que 6.200.000 é o mesmo que **62** x 100.000, mas para escrever o número em **notação científica** precisamos alterar o **62** para **6,2 x 10.** Dessa forma temos:

$$6.200.000 = \mathbf{62} \cdot 100.000$$

$$6.200.000 = \mathbf{6,2 \,.\, 10} \,.\, 100.000$$

$$6.200.000 = \mathbf{6,2} \;.\, 1.000.000$$

$$6.200.000 = \mathbf{6,2 \,.\, 10^6}$$

b) Vejamos agora um exemplo de um número entre 0 e 1, cujo expoente da potência de 10 será negativo, por exemplo o número **0,0000035.** Neste caso, quando o número está entre 0 e 1 basta aplicarmos a ideias:

- Transforme o decimal em fração;
- Transforme o denominador da fração em potência de 10;
- Aplique a propriedade 4.2 e pronto.

$$0,0000035 = \frac{3,5}{1.000.000} = \frac{3,5}{10^6} = \mathbf{3,5.10^{-6}}$$

Exercícios de Fixação

1- Calcule os resultados das respectivas potências;

A) 9^2

B) 4^3

C) 2^2

2- Resolva a expressão a seguir: $2^2 - (-2^2) + 3^2$

A) 18

B) 12

C) 19

D) 11

E) 17

3- Em cada item, aplique as propriedades de potências para **reduzir a uma única potência**.

A) $(-8)^2 . (-8) . (-8)^3$

B) $(10)^3 : (10)^2$

C) $[(4)^2]^3$

4- Marque V para verdadeiro e F para falso.

A) ( ) O quadrado de 50 é igual a 2500.

B) ( ) O cubo de 9 é 27.

C) ( ) A sétima potência de 2 é 128.

D) ( ) A quinta potência de 1 é 5.

E) ( ) A décima oitava potência de 0 é 1

5- Quais sentenças a seguir são verdadeiras?

A) $3^2 + 4^2 = 5^2$

B) $5^2 + 12^2 = 13^2$

C) $7^2 - 24^3 = 25^2$

D) $9^3 + 4^3 = 41^3$

6- Qual o valor da multiplicação: $2^2 \cdot 5^3 \cdot 9^3$?

A) 364500

B) 354520

C) 345698

D) 368974

E) 186547

7- Em um determinado estacionamento, há 4 automóveis, em cada automóvel há 4 rodas e em cada roda há 4 parafusos. Calcule o total de parafusos desses quatro automóveis?

A) 72

B) 64

C) 84

D) 62

E) 48

8- Mariana tinha 7 bolsas. Em cada bolsa 7 estojos. Em cada estojo 7 canetas. Quantas canetas ela tinha no total?

9- O valor de $(0,2)^3 + (0,16)^2$ é:

A) 0,0264

B) 0,0336

C) 0,1056

D) 0,2568

E) 0,6256

10- Encontre a solução da expressão numérica

$$[4^2 + (5 - 3)^2] : (9 - 7)^2$$

11- Sabendo que; a = 32 e b = a^2, então o valor do produto de a.b é igual a:

A) 36
B) 38
C) 96
D) 98

12- **(UFRGS)** A distância que a luz percorre em um ano, chamada ano-luz, é de aproximadamente $38 \cdot 4^5 \cdot 5^{12}$ quilômetros. A notação científica desse número é?

13- Qual a representação decimal de $(0{,}01)^3$?

14- A área de um quadrado é dada pela expressão L^2, assim sendo, um quadrado de lado medindo 7 cm terá uma área equivalente ao resultado da potência 7^2, que resulta no número:

A) 14
B) 21
C) 49
D) 56

15- Uma história curiosa é que, o diâmetro de um meteoro que atingiu o planeta Terra no passado era, de acordo com cálculos científicos, 1.296 m. A potência que melhor representa esse diâmetro é:

A) 3^4

B) 4^3
C) 5^3
D) 6^4

16- Numa gaveta há 15 pastas. Cada pasta contém 15 folhas e em cada folha tem 15 linhas. O número de linhas, portanto, pode ser calculado pela potência 15^3, que tem como resultado:

A) 45 linhas.
B) 225 linhas.
C) 3.375 linhas
D) 6.750 linhas

17- Meu pai fez um acordo comigo, a cada nota dez que eu tirasse em provas eu ganhava cinco décimos ao quadrado (quantia em centavos de reais). Sabendo que eu tirei 8 notas 10. Quanto vou ganhar?

18- A expressão $3^2 + 5^3 - 7^2$ equivale a:

A) 134
B) 85
C) 35
D) 7

19- Potência de potência é como se chama a propriedade que se aplica para escrever a expressão $(8^3)^5$ em única base. Após aplicação, o resultado será:

A) 8^{15}
B) 8^8
C) 15^8
D) 15^3

20- Xavier realizou uma festa em dois dias consecutivos. No primeiro dia compareceram 12 pessoas, mas no segundo dia compareceram o quadrado do número de pessoas do dia anterior. Dessa forma, podemos afirmar que no último dia vieram:

A) 24 pessoas
B) 96 pessoas
C) 144 pessoas
D) 156 pessoas

Gabarito Fixação

1- 81,64,4

2- E

3- $8^6, 10, 4^6$

4- V, F, V, F

5- a e b

6- A

7- Multiplique o número de rodas pelo número de parafusos. 16 x 4 = 64

8- $7^3 = 343$

9- B

10- Respeite a ordem. R= 5

11- A

12- $9{,}5.10^{12}$

13- 0,000001

14- C

15- D

16- C

17- $0{,}8^2 = 0{,}64$, Multiplicando por 8 = 5,12

18- B

19- A

20- C

Exercícios Propostos

1- Calcule o valor numéricos das expressões:

a) $20 - (-45) : (-3)^2 + (-2) \cdot (-1)^5$

b) $1^4 + (-2)^4 - (-2)^3 + 0^7 + 32^0 + 8 \cdot 2^2$

c) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \frac{4}{5} + \frac{2}{5} : \left(\frac{2}{3}\right)^3$

d) $2^{-1} + 6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}$

e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} : \frac{1}{2} \cdot (4^{-1})^2 + \left(-\frac{1}{6}\right)^0$

2- Aplicando as propriedades das potências, simplifique as expressões:

a) $\frac{256 \,.\, 4^9}{8^7}$

b) $\frac{9^3 \cdot 27^4 \cdot 3^{-7}}{\frac{1}{3} \cdot 243^2}$

c) $\frac{125^7 \,.\, 25^{-3}}{(5^2)^{-3} \cdot 25^7}$

d) $\frac{12 \,.\, 10^{-3} \cdot 10^{-4} \cdot 10^9}{3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^4}$

3- Escreva os números como o produto de um número inteiro por uma potência de 10:

a) 0,3
b) 3000
c) 0,005
d) 0,0625
e) 3,45
f) 312,51
g) 8 000 0000
h) 6,001

4- Determine o valor da expressão

$$\frac{3{,}2 \cdot 4000 \cdot 0{,}0008}{25{,}6 \cdot 0{,}002}$$

5- Determine o valor das potências.

a) $25^{\frac{1}{2}}$

b) $125^{\frac{1}{3}}$

c) $10.000^{\frac{1}{4}}$

d) $625^{\frac{3}{4}}$

6- Calcule o valor das incógnitas nas equações a seguir:

a) $5^{\frac{x}{2}} = \sqrt[4]{125}$

b) $16^{\frac{3}{y}} = \sqrt[5]{64}$

c) $81^{\frac{2z}{3}} = \sqrt[2]{27}$

7- (IFSC) Considere a expressão numérica

$$A = \frac{0{,}001}{1000} + 8^{\frac{2}{3}} + \sqrt{25}$$

É correto afirmar que:

a) 9
b) 10
c) 81,003
d) 69
e) 9,000001

8- (IFMG) Simplificando a expressão

$$\sqrt{\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt[3]{x^4}}}$$

na qual $x \in \mathbb{R}_+^*$, obtém-se:

a) $\sqrt[12]{x}$ b) $\sqrt[6]{x^5}$ c) $\sqrt[12]{x^5}$ d) $\sqrt[6]{x}$

9- O valor da expressão

$$\sqrt[4]{7^3} \cdot \sqrt[3]{7^2} \cdot \sqrt{7^5}$$

é:

a) $\sqrt[2]{7}$ b) $\sqrt[3]{7^2}$ c) $\sqrt[12]{7^{47}}$ d) $\sqrt[12]{7^{13}}$

10- (CEFET) Se a idade da Terra é avaliada em quatro e meio bilhões de anos, a décima oitava parte desse tempo é igual a:

a) $5^9 \times 2^7$
b) $5^9 \times 2^8$
c) $5^9 \times 2^9$
d) $5^{10} \times 2^9$
e) 10^{10}

11- O diâmetro do Sol é de aproximadamente 1 400 000 000 m. Expresse esse número usando notação científica.

12- Uma célula bacteriana típica tem um diâmetro de 0,000002 m. Expresse esse número usando notação científica.

13- Complete os seguintes cálculos de multiplicação dando sua resposta em notação científica:

a) $(3\ x\ 10^3)$ x $(2\ x\ 10^5)$
b) $(6\ x\ 10^4)$ x $(2\ x\ 10^3)$
c) $(2{,}5\ x\ 10^{-5})$ x $(5\ x\ 10^{-2})$

14- Complete os seguintes cálculos de divisão dando sua resposta em notação científica:

a) $(8\ x\ 10^7) : (4\ x\ 10^5)$
b) $(3\ x\ 10^5) : (6\ x\ 10^3)$
c) $(2\ x\ 10^{-3}) : (8\ x\ 10^{-2})$

15- O diâmetro da Lua é de aproximadamente $3{,}5\ x\ 10^6$m. A Terra é aproximadamente quatro vezes mais larga que a Lua. Calcule o diâmetro aproximado da Terra, em metros, apresentando a resposta em notação científica.

16- Júpiter tem um diâmetro de aproximadamente $1{,}4\ x\ 10^8$ m. Marte tem um diâmetro de aproximadamente $7\ x\ 10^6$ m. Calcule quantas vezes a largura de Júpiter é maior que a largura de Marte. Dê sua resposta como um número padrão.

17- Um asteroide viaja a uma velocidade de 25.000 m/s. Calcule a distância, em metros, que ele percorre em 2 minutos. Dê sua resposta em notação científica.

Gabarito

1- a) 27
b) 58
c) 7/5
d) 17
e) 3

2- a) 32 b) 9 c) 625 d) 0,4

3-

$a) 3 . 10^{1}$
$b) 3 . 10^{3}$
$c) 5 . 10^{3}$
$d) 625 . 10^{-4}$
$e) 345 . 10^{-2}$
$f) 31\,251 . 10^{-2}$
$g) 8 . 10^{6}$
$h) 6001 . 10^{-3}$

4- 200
5- a) 5 b) 5 c) 10 d) 125
6- a) x = 3/2 b) x = 10 c) x = 9/16
7- E
8- D
9- C
10- A
11- $1,4\ x\ 10^{9}$
12- $2\ x\ 10^{-6}$
13-

a) $(6\ x\ 10^{8})$ $b) (1,2\ x\ 10^{8})$ $c) (1,25\ x\ 10^{-6})$

14-

a) $(2\ x\ 10^{2})$ $b) (5\ x\ 10^{1})$ $c) (2,5\ x\ 10^{-6})$

15- $1,4\ x\ 10^{7}\ m$
16- $2\ x\ 10^{1}$
17- $3\ x\ 10^{6} m$

Radiciação

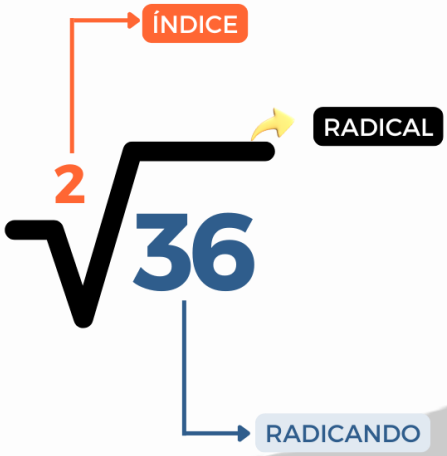
Conceito

Radiciação é o inverso da Potenciação.

Da mesma forma que a divisão é o inverso da multiplicação e que utilizamos a multiplicação para calcular divisões, vamos usar inúmeras vezes conhecimentos e propriedades de potenciação para realizar cálculos de radiciação.

Representação

Todo radical possui a mesma estrutura:



- **Radicando** é o número que fica **dentro** do radical;
- **Índice** é o número que fica **fora** do radical.

Nomenclatura

A nomenclatura das raízes está relacionada ao ÍNDICE. Vejamos a nomenclatura de acordo com índices na tabela:

ÍNDICE	NOMENCLATURA
2	Raiz quadrada
3	Raiz cúbica
4	Raiz quarta
5	Raiz quinta
6	Raiz sexta
N	Raiz enésima

Exemplos:

$$\sqrt[2]{36}$$

O radical acima lê-se: **RAIZ QUADRADA** DE 36.

$$\sqrt[3]{8}$$

O radical acima lê-se: **RAIZ CÚBICA** DE 8.

$$\sqrt[4]{81}$$

O radical acima lê-se: **RAIZ QUARTA** DE 81.

Raiz Quadrada

A primeira raiz que estudamos e aprendemos a calcular é a **RAIZ QUADRADA,** justamente por ela ser definida no primeiro conjunto que também estudamos, o **Conjunto dos Números Naturais**[5]. Exemplo:

$$\sqrt[2]{36}$$

Para calcularmos o resultado do radical acima, precisamos descobrir **qual número natural que elevado ao expoente 2, resulta em 36**:

$$?^2 = 36$$

Em outras palavras, queremos descobrir **qual número natural, que multiplicado por ele mesmo, resulta em 36**. Não é difícil concluir que este número é o **6** já que **6 x 6 = 36** ou $6^2 = 36$. Então:

$$\sqrt[2]{36} = 6$$



[5] Conjuntos dos Números Naturais: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6...}

Atenção: muitos alunos erram achando que o resultado da raiz quadrada acima também poderia ser (-6) já que $(-6)^2$ também resulta em 36. Mas lembre-se que a **raiz quadrada** é definida primeiramente dentro dos conjunto dos Números Naturais. O conceito se expande também para o conjunto dos Números Reais[6] Não Negativos, portanto, **seu resultado não pode ser negativo**. Além disso, todo radical possui apenas um único resultado possível.

Raiz Cúbica

Toda RAIZ CÚBICA acontece quando o índice do radical é 3, conforme o exemplo que já vimos anteriormente:

$$\sqrt[3]{8}$$

A partir da raiz cúbica, os resultados já podem ser negativos. Para calcularmos o resultado do radical acima, precisamos descobrir **qual número real que elevado ao cubo, resulta em 8**:

$$?^3 = 8$$

Não é difícil concluir que este número é o **2** já que **2 x 2 x 2 = 8** ou $2^3 = 8$. Então:

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

[6] Reais é o conjunto que une os conjuntos dos Números Racionais e Irracionais, sendo que Naturais e Inteiros estão contidos nos Racionais.

Raiz Quarta

Toda RAIZ QUARTA acontece quando o índice do radical é 4, conforme o exemplo abaixo:

$$\sqrt[4]{625}$$

Para calcularmos o resultado do radical acima, precisamos descobrir **qual número real que elevado a quarta potência, resulta em 625**:

$$?^4 = 625$$

É possível concluir o número procurado acima é o **5** já que **5 x 5 x 5 x 5 = 625** ou $5^4 = 625$. Então:

$$\sqrt[4]{625} = 5$$

Já foi possível notar que conforme o radicando vai aumentando se torna cada vez mais difícil descobrir o resultado do radical. Por isso precisamos de ferramentas e estratégias para nos ajudar nos cálculos além do conceito.

Existência

Nem sempre vamos conseguir encontrar o resultado de uma raiz dentro do universo dos Números Reais. Por exemplo, tente encontrar o resultado abaixo:

$$\sqrt[2]{-49} = ?$$

O fato é que você **NÃO VAI CONSEGUIR CALCULAR** o radical acima pois não existe número real que elevado ao quadrado resulte em –49.

CONCLUSÃO

A conclusão é que antes mesmo de calcular ou pensar em estratégias para descobrir o resultado de um radical, você precisa pensar se existe um resultado. Fique atento a isso!

Propriedades

Cancelamento

1 Essa é uma propriedade relativamente simples, que implica no "*CANCELAMENTO*" do expoente do radicando com o índice do radical, quando eles são iguais. Por exemplo.

$$\sqrt[2]{49} = \sqrt[2]{7^2} = 7$$

A ideia da propriedade é que façamos isso:

$$\sqrt[\cancel{2}]{7^{\cancel{2}}} = 7$$

Observe na imagem exatamente anterior que houve o "corte" do índice do radical com o expoente do radicando.

Atenção: apesar dessa propriedade parecer sem bem simples e intuitiva, precisamos ficar atentos aos casos quando o RADICANDO POSSUI **POTÊNCIA COM BASE NEGATIVA**, pois nestes casos, não podemos aplicar a propriedade sempre. Por exemplo:

$$\sqrt[2]{(-2)^2} = \sqrt[2]{4} = 2$$

Note que no exemplo acima, se tivermos aplicado a propriedade, o resultado seria **-2** o que estaria **errado**. Portanto, não podemos aplicar a propriedade do cancelamento quanto:

- **BASE** da potência no radicando for **NEGATIVA**;
- **ÍNDICE** do radical for **PAR**.

Já no caso abaixo, podemos aplicar a propriedade:

$$\sqrt[3]{(-5)^3} = \sqrt[3]{-125} = -5$$

Neste caso temos:

- **BASE** da potência no radicando é **NEGATIVA**;
- **ÍNDICE** do radical é **ÍMPAR**.



Só memorizar esta propriedade não é suficiente pois em muitos casos não podemos aplicá-la, então precisamos analisar cada caso e raciocinar.

Radical de um produto

2 Essa é uma propriedade extremamente útil que consiste em:

- *Radical de um produto pode ser transformado em produto de radicais*.

Traduzindo, isso significa que podemos separar o radicando, através da multiplicação, em radicais mais simples. Por exemplo, se eu te perguntar qual resultado do radical abaixo, talvez você não saiba:

$$\sqrt[2]{225} = ?$$

Mas se eu abrir esse radical pela multiplicação, cujos fatores possuem raízes mais fáceis, vai ficar bem mais simples. Veja:

Separa em dois radicais

$$\sqrt[2]{9 \times 25} = \underbrace{\sqrt[2]{9}}_{3} \times \underbrace{\sqrt[2]{25}}_{5} = ?$$

$$= 3 \times 5 = 15$$

Notou como ficou mais simples ? É claro que era necessário saber que **225** é igual a **9 x 25**, o que muita gente não vai saber mentalmente. Então o que podemos fazer de forma padrão é **TRANSFORMAR O RADICANDO** em um **PRODUTO** fazendo a **FATORAÇÃO**. Veja como fica para o 225 a seguir.

225	3
75	3
25	5
5	5
1	

$3^2 \times 5^2$

Fatoração do 225

Agora trocamos o **225** pela sua fatoração, aplicamos as propriedades do produto e cancelamento. Veja:

$$\sqrt[2]{3^2 \times 5^2} = \underbrace{\sqrt[2]{3^2}}_{3} \times \underbrace{\sqrt[2]{5^2}}_{5} = ?$$

$$= 3 \times 5 = \boxed{15}$$

Radical de um quociente

3 Essa é outra propriedade extremamente útil que consiste em transformar o **radical de um quociente** em um **quociente de radicais**. Por exemplo, como você calcularia o radical abaixo?

$$\sqrt[2]{\frac{25}{49}} = ?$$

A estratégia para calcular o radical acima é:

$$\sqrt[2]{\frac{25}{49}} = \frac{\sqrt[2]{25}}{\sqrt[2]{49}} = \frac{5}{7}$$

Essa propriedade também é muito útil no cálculo de radicais envolvendo **NÚMEROS DECIMAIS**. Veja:

$$\sqrt[2]{0,09} = ?$$

A estratégia para calcular o radical acima será transformar o decimal em fração e aplicar a propriedade:

$$\sqrt[2]{0,09} = \sqrt[2]{\frac{9}{100}} = \frac{\sqrt[2]{9}}{\sqrt[2]{100}} = \frac{3}{10}$$

$$= 0,3$$

Potência de um radical

4 O que fazer quando um radical está elevado a um expoente?

$$(\sqrt[2]{7^4})^3 = ?$$

Podemos simples elevar o expoente externo ao radicando e aplicar a propriedade ***Potência de Potência***:

$$(\sqrt[2]{7^4})^3 = \sqrt[2]{(7^4)^3} = \sqrt[2]{7^{12}}$$

E para finalizar o cálculo acima, vamos abrir a potência no radicando e usar a propriedade do ***Radical de um Produto*** e depois a propriedade do ***Cancelamento***:

$$\sqrt[2]{7^{12}} = \sqrt[2]{7^2 \times 7^2 \times 7^2 \times 7^2 \times 7^2 \times 7^2}$$

$$= \underbrace{\sqrt[2]{7^2}}_{7} \times \underbrace{\sqrt[2]{7^2}}_{7} \times \underbrace{\sqrt[2]{7^2}}_{7} \times \underbrace{\sqrt[2]{7^2}}_{7} \times \underbrace{\sqrt[2]{7^2}}_{7} \times \underbrace{\sqrt[2]{7^2}}_{7}$$

$$= 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$$

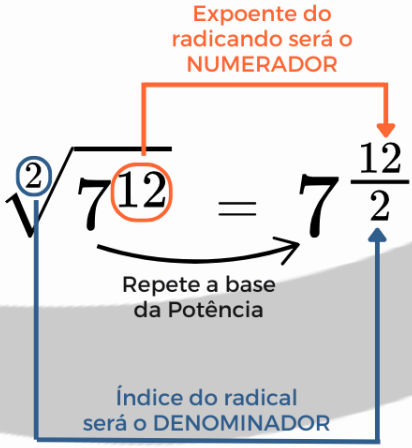
$$= \boxed{7^6}$$



A boa notícia é que a propriedade seguinte vai simplificar bastante o cálculo realizado acima.

Expoente Fracionário

5 Todo radical pode ser transformado em uma Potência com expoente fracionário e essa é uma propriedade que vai nos ajudar absurdamente em casos como o mostrado anteriormente. Veja:



Note que podemos sempre seguir esse padrão:

- **Expoente da potência no radicando, será o NUMERADOR do expoente fracionário;**
- **Índice do radical será o DENOMINADOR do expoente fracionário;**

- **A base da potência no radicando será mantida.**

Agora com essa estratégia, note que conseguimos chegar no mesmo resultado de forma simples e rápida:

$$\sqrt[2]{7^{12}} = 7^{\frac{12}{2}}$$

$$= \boxed{7^6}$$

Radical dentro de Radical

6 Como você calcularia o radical abaixo:

$$\sqrt[2]{\sqrt[3]{7^6}} = ?$$

Com os conhecimentos adquiridos até aqui conseguimos calcular pelos seguintes passos:

- Primeiro calculamos a raiz cúbica interna;
- O resultado da raiz cúbica será o radicando da raiz quadrada externa, aí é só finalizar;

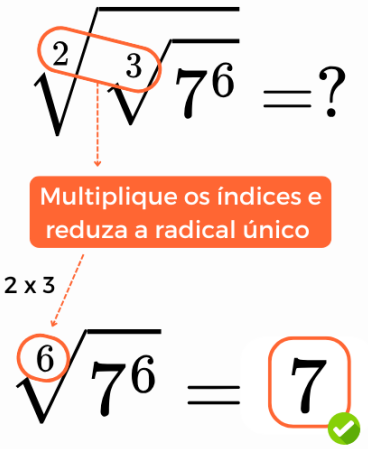
Veja:

$$\sqrt[2]{\boxed{\sqrt[3]{7^6}} = ?}$$

$$7^{\frac{6}{3}} = 7^2$$

$$\sqrt[2]{7^2} = \boxed{7}$$

Note agora que existe uma forma direta de fazer esse cálculo, que seria **reduzir o cálculo a um RADICAL ÚNICO** da seguinte forma:



CONCLUSÃO

Sempre que tivermos um radical dentro do outro, podemos reduzir a um radical único cujo índice será igual ao produto dos índices de todos os radicais.

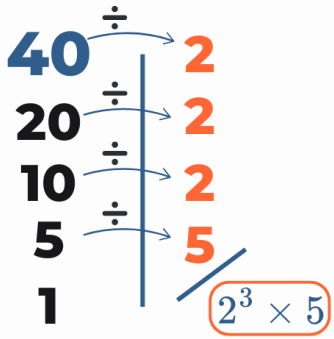
Raízes não exatas

Raízes não exatas são aquelas que não conseguimos chegar em um resultado exato para elas, ou seja, apenas conseguimos por aproximação. Também podemos chamar as **raízes não exatas de números Irracionais**[7] já que não existem representações decimais finitas que as representem. Por exemplo:

1-) Como você calcularia o resultado do radical abaixo

$$\sqrt[2]{40} = ?$$

A estratégia mais comum para simplificar o resultado do radical acima é por FATORAÇÃO:



Agora vamos reescrever a raiz usando a fatoração acima e aplicando as propriedades até chegar no resultado mais simples possível:

$$\sqrt[2]{40} = \sqrt[2]{2^3 \times 5}$$

[7] Números Irracionais não podem ser representados na forma de fração.

$$\sqrt[2]{40} = \sqrt[2]{2^3 \times 5}$$

$$= \sqrt[2]{2^3} \times \sqrt[2]{5}$$

$$= \underbrace{\sqrt[2]{2^2}}_{2} \times \underbrace{\sqrt[2]{2} \times \sqrt[2]{5}}_{\sqrt[2]{10}}$$

$$= \boxed{2\sqrt[2]{10}}$$

Neste caso, conseguimos chegar no resultado acima de forma mais simples, transformando o **40** em **4x10**. Veja como:

$$\sqrt[2]{40} = \sqrt[2]{4 \times 10}$$

$$= \underbrace{\sqrt[2]{4}}_{2} \times \sqrt[2]{10}$$

$$= \boxed{2\sqrt[2]{10}}$$

Soma/Subtração de radicais

Somente conseguimos somar ou subtrair radicais não exatos e semelhantes. Vejamos alguns exemplos.

1-) Você conseguiria calcular a soma de radicais abaixo?

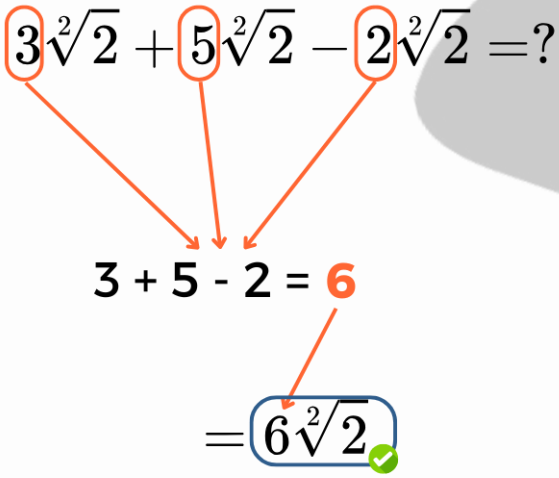
$$\sqrt[2]{2} + \sqrt[2]{5} = ?$$

O fato é que a única coisa que podemos fazer na soma acima é fazer uma aproximação pois os radicais não são semelhantes. **Radicais semelhantes possuem o mesmo índice e o mesmo radicando**. Vejamos mais um exemplo.

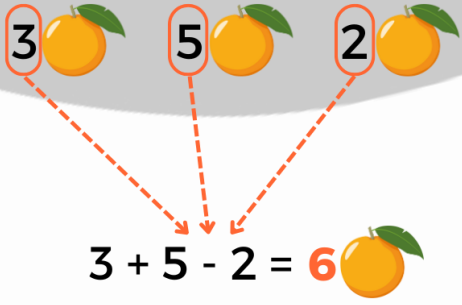
2-) Você conseguiria calcular a soma e subtração de radicais abaixo?

$$3\sqrt[2]{2} + 5\sqrt[2]{2} - 2\sqrt[2]{2} = ?$$

Neste caso conseguimos somar e subtrair pois os radicais são semelhantes. Então veja como devemos realizar os cálculos:



Note que fizemos os cálculos apenas usando os números que indicam as quantidades dos radicais. O radical apenas é repetido no final. Essa conta segue a mesma lógica das contas que fazemos em nosso cotidiano, contando as coisas como por exemplo:



Exercícios de fixação

1- Utilizando as propriedades de radiciação, julgue se as afirmativas a seguir estão corretas ou incorretas:

I. $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$

II. $\sqrt{9} - \sqrt{6} = \sqrt{3}$

III. $\sqrt{8} : \sqrt{2} = 2$

Então podemos afirmar que:

A) somente a afirmativa I é incorreta.
B) somente a afirmativa II é incorreta.
C) somente as afirmativas I e III estão corretas.
D) todas as afirmativas estão incorretas.
E) todas as afirmativas estão corretas.

2- A expressão $\sqrt{16} + \sqrt{4} - \sqrt{9}$ é igual a:

a) 8
b) 5
c) 6
d) 3
e) 4

3- Simplificando $2\sqrt{3} + 2\sqrt{12} - 2\sqrt{75}$ obtém-se:

a) 0
b) – 2√3
c) -4√3
d) – 6√3
e) – 8√3

4- A raiz quadrada de 2.021 é um número maior que 60. Essa afirmativa está:

A) CERTO
B) ERRADO

5- É correto afirmar que $\sqrt{\sqrt{16}} = 2$?

6- Qual dos números abaixo corresponde a seguinte afirmação:
Possui uma raiz quadrada exata!

a) 600
b) 215
c) 144
d) 110
e) 70

7- **(CEFET/RJ)** Por qual número devemos multiplicar o número 0,75, de modo que a raiz quadrada do número obtido seja igual a 45:

a) 2700
b) 2800
c) 2900
d) 3000

8- Analise as afirmativas a seguir e responda:

I. A raiz quadrada de 1500 é menor que 38.
II. A raiz quadrada de 190 é maior que 13.
III. A raiz quadrada de 0 é igual a 0

Marque a alternativa certa.

A) Somente a afirmativa I é verdadeira
B) Somente a afirmativa II é verdadeira
C) Somente a afirmativa III é verdadeira
D) Somente a afirmativa I e II são verdadeiras
E) Somente a afirmativa II e III são verdadeiras

9- Sabendo que $\sqrt{x} = 9$, então o valor da terça parte de x é:

a) 54
b) 63
c) 45

d) 27
e) 8

10- (PM/PIAUÍ) – Qual valor da expressão $\sqrt{18} + \sqrt{50}$?

Gabarito

1- C
2- D
3- C
4- B
5- Sim
6- C
7- A
8- E
9- D
10- $8\sqrt{2}$

Exercícios Propostos

1- Simplifique $\sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{8}$:

a) $5\sqrt{2}$
b) $6\sqrt{2}$
c) $\sqrt{2}$
d) $\sqrt{3}$
e) $3\sqrt{3}$

2- Simplifique $\sqrt{12} + \sqrt{75} + \sqrt{108}$:

a) $7\sqrt{2}$
b) $\sqrt{2}$
c) $3\sqrt{2}$
d) $5\sqrt{3}$
e) $13\sqrt{3}$

3- Simplifique $\sqrt{25} + \sqrt[3]{27} + \sqrt[4]{81}$:

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 11

4- Simplifique $\sqrt{64} + \sqrt[3]{-64} + \sqrt[6]{64}$:

a) 4
b) 5
c) 6
d) 8
e) 12

5) Efetue os cálculos com os radicais semelhantes:

a) $3\sqrt{5} + \sqrt{5} - 6\sqrt{5} =$

b) $5\sqrt[5]{3} + 2\sqrt[5]{3} - 2\sqrt[5]{3} + \sqrt[5]{3} =$

c) $-4 + \sqrt[3]{5} + 2\sqrt[3]{5} - 4 =$

d) $2\sqrt[5]{3} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 3\sqrt[5]{3} =$

f) $2\sqrt{27} - 5\sqrt{12} =$

g) $4\sqrt{63} - \sqrt{7} =$

6- Determine o resultado de $\sqrt{19 + \sqrt{31 + \sqrt{22 + \sqrt{9}}}}$.

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7

7- Coloque os radicais $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[4]{4}$ e $\sqrt{3}$ em ordem crescente.

a) $\sqrt[3]{2} < \sqrt[4]{4} < \sqrt{3}$
b) $\sqrt[3]{2} < \sqrt{3} < \sqrt[4]{4}$
c) $\sqrt{3} < \sqrt[3]{2} < \sqrt[4]{4}$
d) $\sqrt[4]{4} < \sqrt[3]{2} < \sqrt{3}$
e) $\sqrt[4]{4} < \sqrt{3} < \sqrt[3]{2}$

8- **(SEE/SP)** $\sqrt{50}$ e $\sqrt[3]{120}$ são respectivamente iguais a:

a) $5\sqrt{10}$ e $2\sqrt[3]{15}$
b) $5\sqrt{2}$ e $2\sqrt[3]{15}$
c) $5\sqrt{10}$ e $3\sqrt[3]{40}$
d) $5\sqrt{2}$ e $3\sqrt[3]{40}$

9- **(CEFET)** Simplificando a equação $\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot x^2}{x^4}$, onde x > 0, obtém-se:

a) $\frac{1}{\sqrt[6]{x^5}}$

b) $\frac{1}{\sqrt[5]{x^6}}$

c) $\frac{1}{x}$

d) $\sqrt[6]{x^5}$

e) $\sqrt[5]{x^6}$

10) Determine o resultado de $\sqrt[3]{40} + 5\sqrt[3]{135} - 2\sqrt[3]{5}$.

Gabarito

1- B
2- E
3- E
4- C

5- a) $-2\sqrt{5}$
b) $6\sqrt[5]{3}$
c) $-8+3\sqrt[3]{5}$
d) $5\sqrt[5]{3}+\sqrt{3}$
e) $-4\sqrt{3}$
f) $11\sqrt{7}$

6- 5
7- A
8- B
9- A
10- $15\sqrt[3]{5}$